



## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ФУРЬЕ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Шабанов В.Л., д.соцол.н., Кутенков Р.П., д.э.н., Блинова Т.В., д.э.н., ИАГП РАН

*С использованием метода Фурье проведен анализ динамического ряда числа рождений по РФ за 1946-2017 гг. и получен прогноз рождаемости на среднесрочную перспективу. Показано, что демографические последствия Второй мировой войны продолжают оказывать системное и латентное влияние на динамику числа рождений в России, формируя равные по длине 30-летние периодические циклы.*

*Прогноз показал высокую вероятность негативного тренда рождаемости в текущем цикле, завершение которого ожидается к 2031 г., и некоторое увеличение – до 31-32 лет – длины цикла, объясняемое тенденциями увеличения возраста вступления в брак и рождения первого ребенка.*

*Проанализированы два фактора, определяющие динамику числа рождений в городе и селе РФ – суммарный коэффициент рождаемости (СКР) и миграцию населения, результирующий вектор которой направлен из села в город. С использованием поля корреляции показателей СКР и числа рождений выявлены принципиальные различия в формах зависимости между городом и селом, обусловленные межтерриториальной миграцией населения. Установлены негативные последствия влияния миграции на динамику числа рождений в сельской местности.*

*Ключевые слова: среднесрочные циклы, ряды Фурье, прогнозирование, рождаемость, миграция, сельское и городское население.*

## USING THE FOURIER METHOD FOR FORECASTING DEMOGRAPHIC PROCESSES

Shabanov V.L., doctor of sociological sciences,  
Kutenkov R.P., doctor of economic sciences,  
Blinova T.V., doctor of economic sciences, IAGP RAS

*Using the Fourier method, we analyzed the dynamic series of the number of births in the Russian Federation for 1946-2017. A mid-term fertility forecast was obtained. It is shown that the demographic consequences of the Second World War continue to exert a systemic and latent effect on the dynamics of the number of births in Russia, forming 30-year periodic cycles of equal length.*

*The forecast showed a high probability of a negative trend of fertility in the current cycle, which end is expected by 2031, and a slight increase (up to 31-32 years) in the length of the cycle, due to trends in increasing the age of marriage and birth of the first child.*

*Two factors that determine the dynamics of the number of births in the city and village of the Russian Federation are analyzed: the total fertility rate (TFR) and population migration, the resulting vector of which is directed from village to city. Using the correlation field of the TFR indicators and the number of births, fundamental differences in the forms of dependence between city and village, caused by inter-territorial migration of the population, are revealed. The negative effects of migration on the number of births in rural areas have been established.*

*Keywords: medium-term cycles, Fourier series, forecasting, fertility, migration, rural and urban population.*

### **Введение.**

Особенность большинства демографических процессов заключается в том, что они инерционны и, одновременно с этим, на длительных промежутках времени демонстрируют медленную динамику с четко выделяющимся основным трендом [1; 2]. Это позволяет прогнозировать их динамические (временные) ряды на среднесрочную перспективу. Выявлять и анализировать возможные колебания в динамике демографических процессов гораздо слож-



нее в силу видимого отсутствия постоянно действующих системных причин, продуцирующих их (в отличие от многих экономических процессов, подверженных явным сезонным колебаниям). В этой связи для анализа и прогноза сильно осциллирующих динамических рядов числа рождений по России в целом (по ее городской и сельской местности) предлагается метод, основанный на применении тригонометрической функции Фурье.

**Целью работы** является выявление закономерностей в динамике показателя числа рождений и получение среднесрочного прогноза демографических процессов, основанного на использовании метода Фурье.

**Методы исследования.**

Суть метода Фурье состоит в том, что ряд  $y=f(t)$  с выраженными колебаниями аппроксимируется функцией вида

$$\hat{y}=a_0+\sum_{k=1}^n[a_k \cos(kt)+b_k \sin(kt)], \quad (1)$$

где  $t$  измеряется в радианах и меняется от 0 до  $2\pi$  с заданным шагом, равным  $2\pi/m$ , где  $m$  – количество элементов ряда (в нашем случае – количество лет). Подбором числа гармоник  $n$  регулируется их форма и размер; окончательный выбор  $n$  может обосновываться исходя из качества аппроксимации и иных соображений.

Обычно метод Фурье используется при анализе внутригодовых сезонных колебаний. Однако все его принципы применимы для любого осциллирующего ряда, включая рассматриваемый в настоящей статье ряд числа рождений в России в 1946-2017 гг. В рамках метода длина данного ряда определяется величиной, равной  $2\pi$ , а шаг – отношением длины к общему числу значений ряда.

Перед применением метода Фурье рассматриваемый ряд был сглажен с помощью скользящей средней и выровнен путем вычитания из значений сглаженного ряда соответствующих им значений линейного тренда. Сглаживание позволило нивелировать действие случайных факторов. В сглаженном варианте ряда более четко наблюдаются основной тренд и колебания, вызванные фундаментальными факторами. Проведенное выравнивание позволило получить ряд остатков с трендом, определяемым прямой  $y_{\text{тренд}}=0$ , то есть ряд «чистых колебаний», которые и были проанализированы методом Фурье.

Аппроксимация осуществлялась методом множественной линейной регрессии, где в качестве зависимой переменной выступали значения  $\hat{y}$  выровненного сглаженного ряда с «обнуленным» трендом, а в качестве независимых – расчетные показатели  $\cos(kt)$  и  $\sin(kt)$ , где  $t$  меняется с шагом  $2\pi/68$ . Регрессионная модель считалась удовлетворительной и принималась при ее общей значимости, значимости по коэффициентам перед независимыми переменными ( $a_k$  и  $b_k$ ) и достаточно высоком значении  $R^2$ .

**Результаты исследования.**

В демографических процессах можно выделить не только основной тренд, но и циклы [3]. В качестве объекта моделирования рассматривался показатель числа рождений в России за 1946-2017 гг. (рис. 1). Визуальный анализ показателя числа рождений в России за 1946-2017 гг. свидетельствует о линейном характере нисходящего тренда (качество аппроксимации  $R^2=0,59$ ). Попытка использовать другие аналитические функции, представленные на рисунке 1 нисходящей кривой, не ведет к заметному повышению  $R^2$ , хотя теоретически для аппроксимации динамического ряда показателя числа рождений, построенного за достаточно длительный период, более адекватными представляются кривые, которые с ростом аргумента (времени  $t$ , измеряемого в годах) убывают медленнее (например, степенная кривая с отрицательным показателем степени или логарифмическая с отрицательным коэффициентом перед логарифмом –  $R^2=0,55$  и  $0,59$  соответственно). Однако в современной России еще не наступила завершающая стадия демографического перехода, при которой снизившаяся рождаемость стабилизируется на достигнутом минимальном уровне с тенденцией к медленному росту.

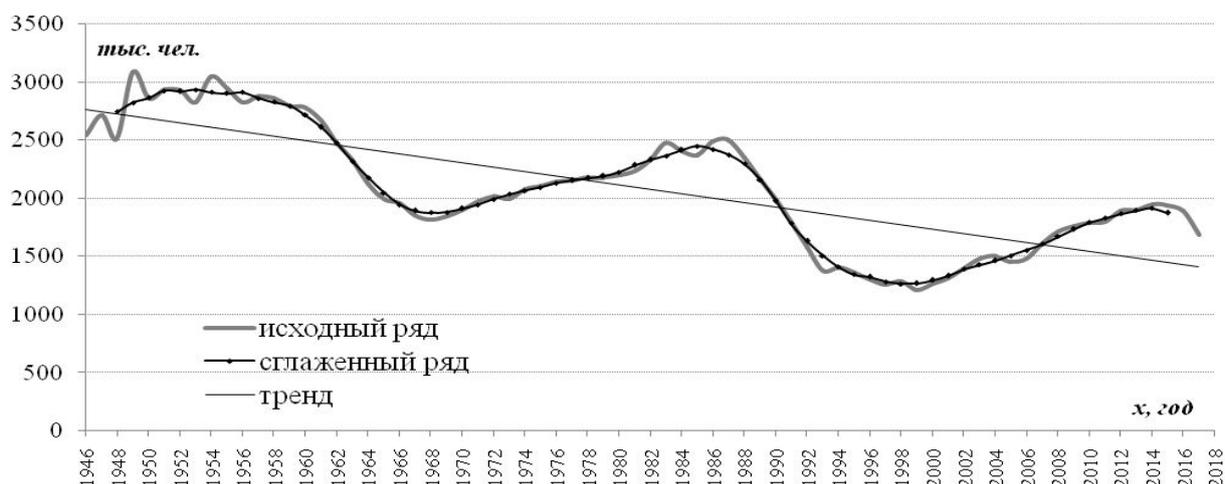


Рисунок 1 – Число рождений в России, 1946-2017 гг. – исходный ряд, сглаженный по 5 гг. и линейный тренд, тыс. чел.  
Расчеты авторов на основе данных [4, С. 37; 5, С. 84-85; 6].

Погодовая динамика любых показателей определяется влиянием системных, периодических и случайных факторов. Первые продуцируют основной тренд, вторые – гармонические колебания, третьи – непредсказуемые выбросы, шум. Третья группа факторов, как правило, формируется изменениями в уровне и качестве жизни, социально-экономическими кризисами, а также государственными решениями, нацеленными на улучшение демографической ситуации. Так, снижение уровня жизни, рост безработицы и социально-экономической неопределенности способствуют снижению рождаемости – решения о рождении детей откладываются «до лучших времен». Напротив, усиление социальной защиты работающих матерей, меры поддержки семей с детьми стимулируют рост рождаемости. Однако действие таких факторов кратковременно, их влияние характеризуется единовременным скачком, после чего наступает привыкание к новым условиям, и ряд динамики выравнивается на новом уровне или возвращается к исходным значениям.

Действие большинства случайных факторов на динамику демографических показателей ограничивается 1-5 годами, поэтому для нивелирования их влияния на исходный динамический ряд можно использовать метод скользящей средней с интервалом скольжения 1-5 и проводить анализ со сглаженным рядом.

На рисунке 1 представлены кривые ряда динамики числа рождений в России в 1946-2017 гг. – исходная и сглаженная по 5 точкам. Сглаживание проведено по стандартной процедуре: определялось среднее значение показателя по 5 годам подряд, результат сопоставлялся середине интервала. Например, значение сглаженного ряда для 1948 года определялось как среднее для 1946-1950 гг. Естественно, что длина сглаженного ряда укорачивается на размер интервала без 1, то есть на 4 года. В нашем случае сглаженный ряд содержит 68 значений и колеблется в пределах 1948-2015 гг.

Очевидно, что для сглаженного ряда практически отсутствуют размытости и четко выделяются нисходящий тренд и колебания. Построение линейного тренда для исходного ряда дает уравнение  $y_{\text{тренд}} = -19,1n_x + 2786$ , где  $n_x$  – номер года ( $R^2 = 0,59$ ). Линейный тренд для сглаженного ряда определяется прямой вида  $y_{\text{тренд}} = -20,5n_x + 2785$  с чуть более высоким  $R^2 = 0,63$ .

Близость исходного и сглаженного по 5 точкам ряда свидетельствует о довольно слабом воздействии внешних факторов на динамику отслеживаемого показателя. Возможно также, что действие внешних факторов будет сонаправлено динамике рождаемости, усиливая ее. Например, таким фактором можно считать мероприятия, проводимые во исполнение ФЗ от 29 декабря 2006 г. № 256 и связанные, в частности, с выплатой материнского капитала [7]. Закон был принят на фоне восходящей волны рождаемости, подстегивая ее рост, который практически нивелировался к 2011–2012 гг.



Периодический характер и длины периодов колебаний формально выявляются с помощью автокоррелограммы – последовательности коэффициентов корреляции между «полным» рядом и его «укороченными» вариантами, полученными путем сдвига (лага) «полного» ряда на  $i$  шагов (рис. 2).

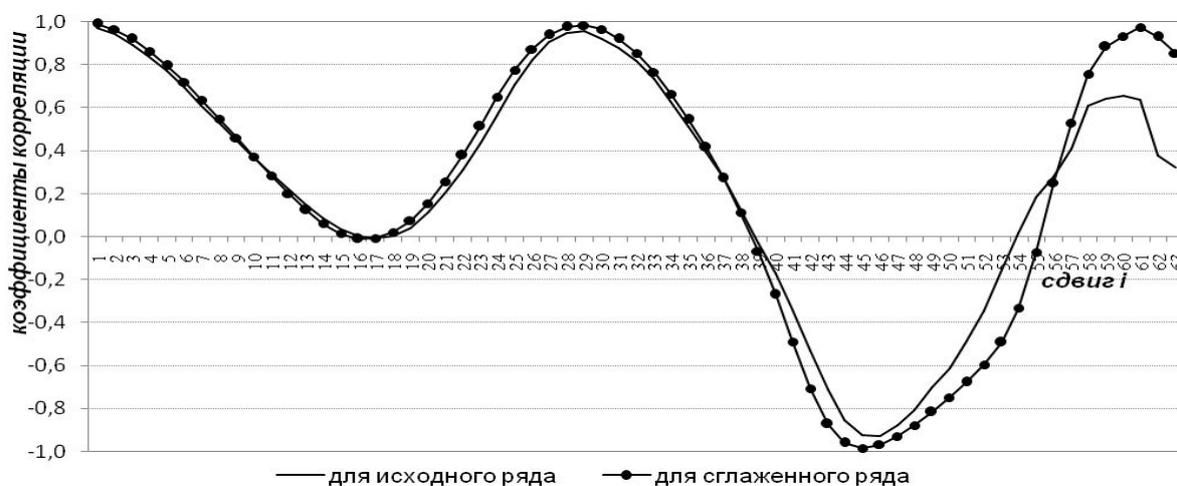


Рисунок 2 – Автокоррелограммы для исходного и сглаженного ряда  
Расчеты авторов на основе данных [4, С. 37; 5, С. 84-85; 6].

На рисунке 2 видно, что автокоррелограммы сглаженного и исходного рядов почти повторяют друг друга при лагах, меньших 40 лет, и начинают заметно различаться при больших лагах. Это означает, что с течением времени первоначальное воздействие, «запускающее» периодические колебания (например, соотношение численности женщин в различных возрастных группах), трансформируется, а влияние случайных факторов, «ломающих» периодичность, усиливается.

Период колебаний для обоих рядов фиксируется довольно точно: самая высокая корреляция между «полными» рядами и их сдвинутыми вариантами наблюдается при лагах 28-30 лет и 60-62 года, из чего следует, что колебания воспроизводятся приблизительно каждые 30 лет.

Сглаженный ряд, представленный на рисунке 1, был аппроксимирован тригонометрической функцией Фурье (1). Анализ показал, что общая значимость, значимость коэффициентов (с уровнем  $<0,05$ ) и достаточно высокое значение  $R^2=0,90$  достигается в модели с 3-компонентной функцией Фурье:

$$\hat{y}=109,3\cos(t)+343,3\cos(2t)+97,4\sin(2t)-141,6\cos(3t)+97,5\sin(3t) \quad (2)$$

Дальнейшее увеличение точности функции Фурье, достигаемое увеличением числа ее компонент  $n$ , не дает сколько-нибудь значительного роста качества аппроксимации – до  $R^2=0,92$  при  $n=4$ ,  $R^2=0,95$  при  $n=5$ . Таким образом, оптимальное число компонент тригонометрической функции Фурье, аппроксимирующей рассматриваемый ряд, совпадает с реальным числом волн в нем, что подчеркивает внутреннюю логику демографического процесса. Таким образом, периодические колебания показателя ежегодного числа рождений в России можно рассматривать, как часть его общего тренда, а факторы, определяющие их – как часть общесистемных факторов, формирующих тренд. Скорее всего речь идет о том, что сложившаяся в результате Второй мировой войны половозрастная структура населения России с ее изгибами так и не была преодолена с течением времени [8; 9]. Она до сих пор – несмотря на ослабление первоначального воздействия – продуцирует волну, определяемую колебанием числа рождений и имеющую длину примерно 30 лет, сопоставимую с длиной поколения.

Аппроксимация ряда функцией Фурье (1) на полном интервале изменения аргумента  $t$  от 0 до  $2\pi$  позволяет понять логику процесса, определяемого рядом, но не дает возможности осуществить прогноз, так как значения функции (1) на следующих после  $2\pi$  значениях  $t$  будут повторять ее значения в интервале  $(0; 2\pi)$ . Однако метод Фурье может быть использован



для прогнозирования направлений и темпов изменения осциллирующего ряда, если проводить его аппроксимацию функцией (1) на интервале  $t=0, \varphi$ , где верхняя граница  $\varphi < 2\pi$ . Тогда значения функции (1) для  $t$ , меняющегося от  $\varphi$  до  $2\pi$ , будут прогнозными.

Поскольку длина одного полного цикла ряда числа рождений РФ в 1946-2017 гг. равна приблизительно 30 лет, а общая длина сглаженного по 5 точкам ряда – 68 лет, что составляет около 2,3 циклов, то осуществим прогноз на остаток 3-го цикла. Для этого сопоставим интервал  $(0; 2\pi)$  с периодом, равным 90 годам: для сглаженного ряда это будет с 1950 по 2039 гг., где период после 2017 г. будет прогнозным (для прогноза значения сглаженного ряда сопоставлены последним годам базовых «скользящих» периодов, а не их серединем).

На рисунке 3 представлены следующие ряды: исходный (сглаженный по 5 гг.) и построенный на основе трехкомпонентной модели Фурье с прогнозом на 2018-2039 гг.

На рисунке четко видно продолжение колебаний ряда и окончание третьего цикла в 2031 г. (или в 2027-2031 гг., если не учитывать «сглаживание»). Так как начало цикла пришлось на 2000 г. (1996-2000 гг.), то его длина (согласно прогнозу) составит 31 год, что больше длины предыдущего цикла. Скорее всего, в среднесрочной перспективе нас ожидает некоторое увеличение длины цикла за счет того, что тенденция увеличения возраста вступления в брак и рождения первого ребенка продолжится.

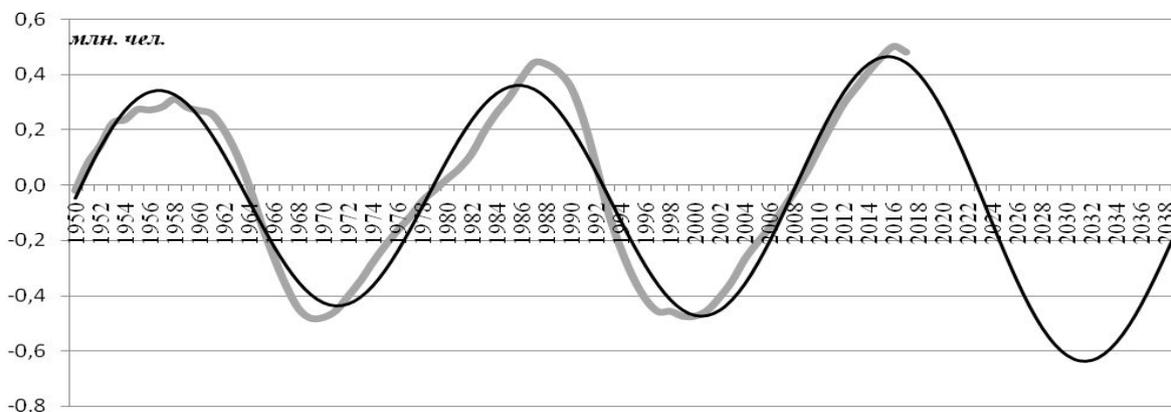


Рисунок 3 – Аппроксимация и прогноз сглаженного ряда числа рождений в России, 1946-2039 гг.

Второй особенностью, на которую указывает прогноз, является увеличение размаха колебаний числа рождений. Согласно прогнозу, нисходящая волна прогнозируемого 3-го цикла продолжится до 2031 года и достигнет наименьших значений за весь послевоенный период. Это означает, что пессимистический прогноз рождаемости, осуществляемый Росстатом на основе метода передвижки возрастов [4], окажется наиболее вероятным.

Ряды числа рождений по городу и селу теряют внутреннюю логику, присущую ряду общего числа рождений по РФ (рис. 4). Это свидетельствует о появлении латентного фактора, обусловившего новую динамику рождаемости. Естественно предположить, что таким фактором, не оказывающим влияния на общий временной ряд числа рождений, но участвующим в формировании временных рядов отдельно по городу и по селу, является сельско-городская миграция.

Преобладающий почти всегда миграционный поток из села в город определил четко выраженный нисходящий тренд числа рождений в селе. При этом необходимо учесть, что суммарный коэффициент рождаемости (СКР) в селе вплоть до 1993 г. превышал 2,1, а тренд числа рождений в городе удерживался практически на нулевом уровне.

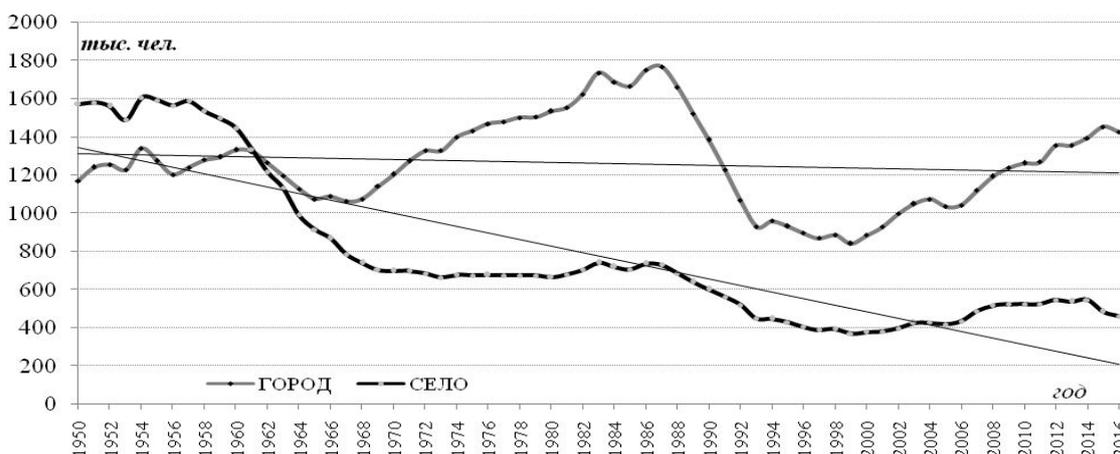


Рисунок 4 – Динамика числа рождений в сельской и городской местности России (тыс. чел.), линейные тренды, 1950-2017 гг.

Естественно, что число рождений зависит от СКР. Расчеты показывают, что в селе эта зависимость выше, чем в городе: корреляция составляет 0,85 и 0,75. Это означает, что СКР является доминирующим фактором числа рождений только в селе (для города, наряду с СКР, заметно влияние других факторов). Действительно, поле корреляции показателей СКР и числа рождений демонстрирует особенности этой зависимости по селу и по городу (рис. 5).

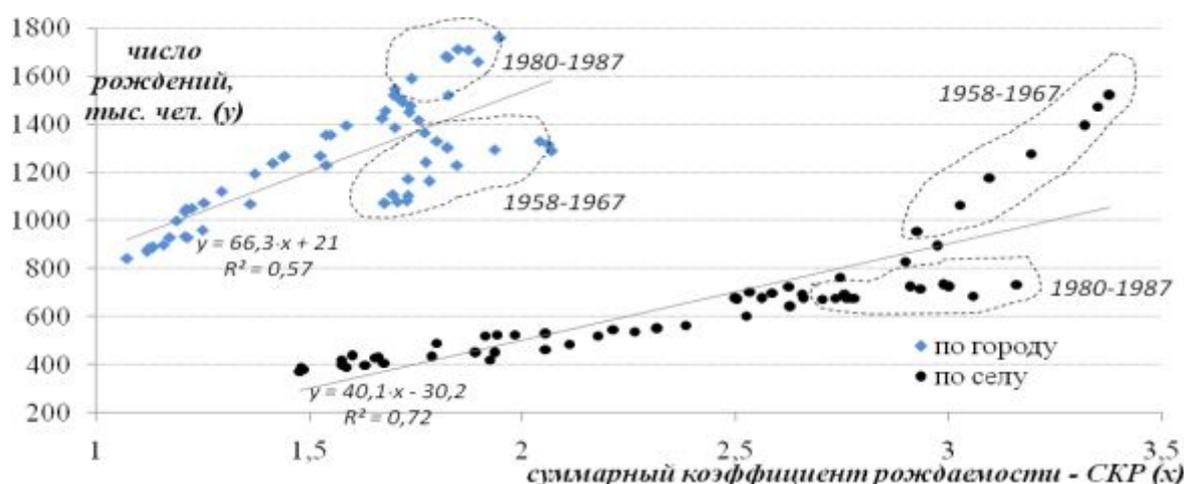


Рисунок 5 – Графики зависимости числа рождений от суммарного коэффициента рождаемости, по городу и по селу

Источники: [4, с. 45; 5, с. 146-148]

Массив точек по городу распадается на два, что и обуславливает довольно низкое качество его линейной аппроксимации. «Нижнее» облако определяется данными за первые 10 лет наблюдений – с 1958 по 1968 гг. (выделено на графике). Этот период первоначально высоких, но начавших снижаться значений СКР, характеризуется также снижением общего числа рождений – нисходящей волной цикла, объясняемой объективными причинами, главная в числе которых – демографические последствия войны.

Следующий период относительно высоких и притом растущих значений СКР в городе пришелся на 1980-1987 гг. (верхняя часть «верхнего» облака, см. на графике) – период восходящей волны очередного цикла. Результатом такого непротиворечивого сочетания явился значительный рост числа рождений в городе.

Таким образом, относительно высокие значения СКР в городе, совпавшие с объективно неблагоприятным в демографическом отношении периодом 1958-1968 гг., обеспечили срав-



нительно небольшое приращение числа рождений. И такие же высокие значения СКР по городу в благоприятный период (1980-1987 гг.) привели к значительному росту числа рождений.

Динамика числа рождений в селе не столь логична. СКР в селе рос и снижался в те же годы, что и в городе: периоды наибольших его значений также охватывали приблизительно 1958-1968 и 1980-1987 гг. Однако в первый (более ранний) период высокий СКР в селе (в отличие от города) обеспечивал большее число рождений, чем во второй, более поздний, период, характеризуемый восходящей волной общего демографического цикла. Этот второй период – в виде аппендикса на графике – представляет собой множество точек, отклонившихся от основного облака. При сохранении прежних тенденций рост СКР в 1980-1987 гг. привел бы к развороту графика «назад-вверх», а не к его выбросу вправо, который означает, что рост СКР в эти годы в селе не обеспечил ожидаемого адекватного роста числа рождений.

Действительно, переходя к конкретным статистическим данным, получаем, что за первый период высоких значений (с 1958 по 1968 гг.) СКР в городе и селе снизился практически одинаково – на 19%, при этом снижение числа рождений в городе составило лишь 17%, а в селе – 50%. За второй период относительно высоких и растущих значений (с 1980 по 1987 гг.) СКР в городе вырос на 15%, в селе – на 26%; одновременно с этим рост числа рождений в городе составил 14%, в селе – только 9%.

Описанная динамика естественным образом объясняется сельско-городской миграцией (рис. 6).

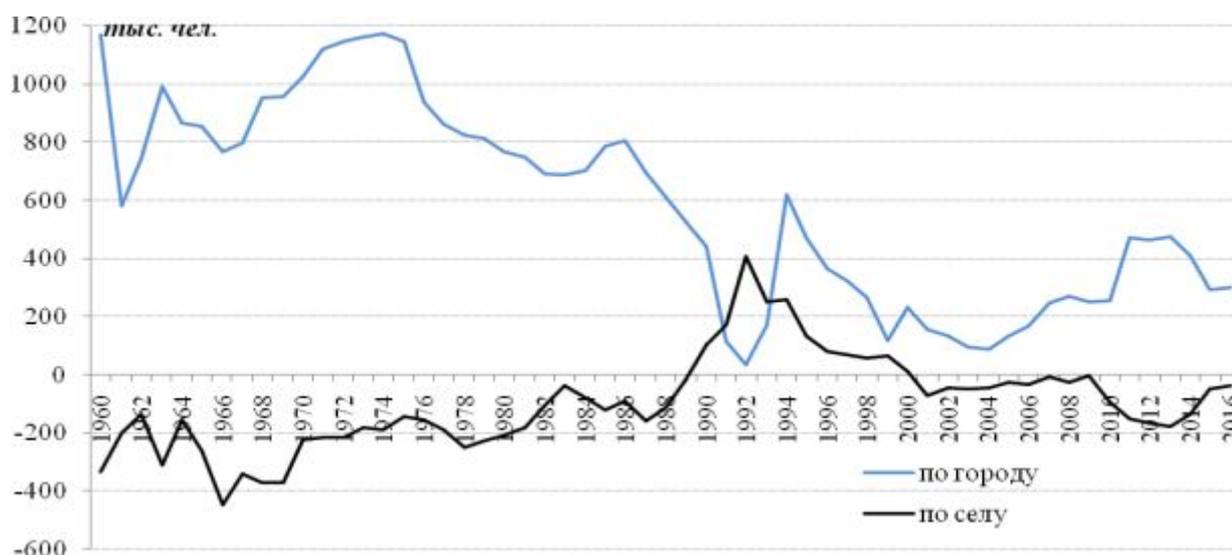


Рисунок 6 – Миграционный прирост, тыс. чел., по городу и по селу РФ, 1960-2016 гг.

Расчеты авторов на основе данных: [4, с. 206-209; 5, с. 176-181]

Представленные на рисунке 6 графики построены на статистических данных по общей миграции, включающей как сельско-городские миграционные потоки, так и итоги международной миграции. Это объясняет отсутствие сельско-городского миграционного баланса на рисунке 6. Например, в последние годы около 14% от числа прибывших в города РФ и около 10% в села РФ составляют международных мигрантов. В числе выбывших за рубеж – соответственно 8-10 и 4-5%. Пик притока международных мигрантов пришелся на 1994 г., когда он составил 31% в городе и 27% в селе (от общего числа всех прибывших), пик оттока – на 1992 г., соответственно 15 и 19% (от общего числа всех убывших) [4, с. 206-209]. Активность международной миграции в 1990-е гг. была выше, и она всегда – и по городу, и по селу (за исключением 1991 г. по городу) – была положительной для РФ. Тем не менее, приток мигрантов из-за рубежа в сельскую местность РФ лишь в период 1990-2000 гг. обеспечил положительный миграционный прирост, в остальные годы, несмотря на приток мигрантов из-за



рубежа (или из других республик СССР, если речь идет о советском периоде) село теряло население.

Учет международных мигрантов искажает картину сельско-городской миграции. Тем не менее, их удельный вес в общей миграции не слишком высок (за исключением отдельных пиковых лет), а корреляция между показателями миграционного прироста (убыли) по городу и по селу составляет  $-0,69$ . То есть миграционные потоки между городом и селом РФ связаны довольно сильной обратной зависимостью, показывающей, что село является значимым источником пополнения городского населения. При этом корреляция между миграционным приростом и числом родившихся в городе положительная, а в селе – отрицательная (соответственно  $0,45$  и  $-0,58$ ), что подтверждает сельско-городскую направленность результирующего миграционного потока. Если учитывать абсолютную величину, то корреляция по селу выше, что указывает на большее в сравнении с городом негативное влияние миграции на сельскую рождаемость.

#### **Заключение.**

Кривая числа рождений населения России в 1946-2017 гг. демонстрирует четкий нисходящий тренд с циклическими колебаниями приблизительно равных по длине 30-летних периодов. Источником таких колебаний являются демографические последствия Второй мировой войны, и, хотя ее влияние на современные демографические процессы постепенно ослабевает под воздействием других факторов, однако, оно продолжает оставаться значительным.

Периодичность колебаний в сочетании с выраженным трендом позволили выполнить моделирование динамики и построить среднесрочный прогноз числа рождений населения России методом Фурье. По результатам моделирования была установлена высокая вероятность негативного тренда рождаемости в текущем цикле, завершение которого ожидается к 2031 г., и некоторое увеличение (до 31-32 лет) длины цикла, объясняемое тенденциями увеличения возраста вступления в брак и рождения первого ребенка.

Установлено, что наряду с показателем суммарного коэффициента рождаемости значимым фактором, определяющим динамику числа рождений в городе и селе, является показатель миграции, результирующий вектор которой направлен из села в город, при этом влияние сельско-городской миграции на число рождений носит негативный характер.

#### Список литературы:

1. Блинова Т.В., Кутенков Р.П., Шабанов В.Л. Моделирование и оценка сельско-городских различий в динамике рождаемости населения России // Вестник СГСЭУ. - 2019. - №3.
2. Блинова Т.В. Влияние послевоенных циклов рождаемости на современное демографическое развитие села // Аграрный научный журнал. - 2018. - № 6. – С. 60-64.
3. Рыбаковский О.Л., Таюнова О.А. Рождаемость населения России и демографические волны // Народонаселение. - 2017. - №4. – С. 56-66.
4. Демографический ежегодник России: Стат. сб. / Росстат. – М., 2017.
5. Население России за 100 лет. - 1998.
6. Статистика естественного движения населения. М.: Росстат. - 2018.
7. О дополнительных мерах государственной поддержки семей, имеющих детей: Федеральный закон от 29 декабря 2006 г. № 256-ФЗ. – URL: <http://legalacts.ru/doc/federalnyi-zakon-ot-29122006-n-256-fz> (дата обращения 29.06.2019)
8. Вишневский А.Г. Демографические последствия Великой отечественной войны // Демографическое обозрение. - 2016. - Т. 3. - № 2. – С. 6-42.
9. Рыбаковский Л.Л. Людские потери СССР и России в Великой Отечественной войне. Изд. 2-е, испр. и доп. М: Экон-Информ. - 2010.