



МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ДИНАМИКИ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА С УЧЕТОМ ОПТИМИЗАЦИИ СОЧЕТАНИЙ ЗНАЧЕНИЙ РЕСУРСНЫХ ФАКТОРОВ

Кутенков Р.П., д.э.н., ИАГП РАН

Решается задача факторного прогнозирования производства валовой продукции сельского хозяйства в расчете на гектар посевных площадей для трех групп субъектов РФ с существенно различающимися размерами посевных площадей. Используются производственные функции Кобба-Дугласа, построенные на основе данных отчетной статистики Росстата за 2017-2018 гг. В качестве ресурсных факторов рассмотрены: стоимость основных фондов и численность занятых в расчете на гектар посевных площадей в регионе. Предложена методика прогнозирования, позволяющая с использованием свойств функции Кобба-Дугласа оценить реакцию выхода продукции на изменения значений факторов, а также рассчитать приращения факторов, необходимые для достижения заданных значений выхода валовой продукции. Приведены результаты прогнозных расчетов.

Ключевые слова: регионы России, сельское хозяйство, валовая продукция, ресурсы, динамика, прогнозирование, функции Кобба-Дугласа.

MATHEMATICAL MODELS AND METHODS FOR ESTIMATING THE DYNAMICS OF AGRICULTURAL PRODUCTION TAKING INTO ACCOUNT THE OPTIMIZATION OF COMBINATIONS OF VALUES OF RESOURCE FACTORS

Kutenkov R.P., doctor of economic sciences, IAaP RAS

The problem of factorial forecasting of gross agricultural output per hectare of sown area for three groups of subjects of the Russian Federation with significantly different sizes of sown areas is solved. The production functions of Cobb-Douglas were used, built on the basis of Rosstat reporting statistics for 2017-2018. The following factors are considered as resource ones: the cost of fixed assets and the number of people employed per hectare of sown area in the region. A forecasting technique is proposed that allows using the properties of the Cobb-Douglas function to assess the response of the output to changes in the values of factors, as well as to calculate the increments of factors necessary to achieve the specified values of the total output. The results of forecast calculations are presented.

Key words: regions of Russia, agriculture, gross production, resources, dynamics, forecasting, Cobb-Douglas functions.

Введение.

Анализ литературных источников показывает, что интерес к использованию производственных функций Кобба-Дугласа для описания сельскохозяйственного производства в современных условиях является достаточно высоким. Регулярно публикуются статьи и монографии, содержащие описание общей теории (как правило, адаптированное изложение отдельных фрагментов работы [1]) применительно к решению конкретных задач, связанных с моделированием сельскохозяйственного производства [2-5]. В числе рассматриваемых, в основном, задачи, связанные с анализом эффективности использования ресурсов АПК [6] и обоснованием соответствующих экономических механизмов [7], прогнозированием экономического роста на основе факторов производства [8], оценкой экономического эффекта и рисков от применения различных технологических и организационных новаций [9, 10]. В качестве объектов исследования рассматриваются отдельные организации АПК [10], регионы областного уровня [6], а также сельское хозяйство России в целом [9].

В данной работе решается другая задача, связанная с оценкой взаимосвязи между относительным приращением валовой продукции сельского хозяйства и соответствующими от-



носителем приращением ресурсных факторов. Эта оценка использует математическую модель, вытекающую из свойств функции Кобба-Дугласа. На ее основе предлагается методика, которая позволяет оценить приращение валовой продукции по приращениям ресурсов и решить обратную задачу, связанную с расчетом приращений ресурсных факторов, необходимых для достижения заданного приращения валовой продукции. Использование методики иллюстрируется на примерах построения соответствующих взаимосвязей и прогнозных расчетов для трех групп регионов с посевными площадями, соответственно, меньше 1 млн. га, от 1 до 2 млн. га и больше 2 млн. га и легко может быть обобщено на Россию в целом.

Постановка задачи.

В работах [7, 11] на материалах статистической отчетности за 2011-2015 гг. было установлено, что показатели эффективности и ресурсной обеспеченности сельскохозяйственного производства в регионах России существенно различаются в зависимости от размеров посевных площадей.

Там же выделены три группы регионов с посевными площадями до 1 млн. га, от 1 до 2 млн. га и свыше 2 млн. га, соответственно, внутри которых эти различия не столь значительны. Для каждой группы регионов были построены математические модели, связывающие значения основных показателей эффективности сельскохозяйственного производства со значениями достигнутых ресурсных показателей, на основе которых обосновывались экономические механизмы повышения эффективности использования ресурсов.

Цель данной работы – обоснование возможностей обобщения результатов [7, 11] с учетом статистических данных за 2017-2018 гг., а также разработка методики и алгоритмов оценки взаимосвязей между относительными приращениями валовой продукции сельского хозяйства в регионах и связанными с ними приращениями соответствующих ресурсных факторов для использования в задачах прогнозирования динамики сельскохозяйственного производства.

Информационная база.

Исследование проводилось на выборке регионов, использованной в работе [11]. Рассмотрены 62 региона, в которых производится основная часть сельскохозяйственной продукции России. Анализировались зависимости между следующими показателями, рассчитанными для каждого региона на гектар посевных площадей, в среднем за год:

y – валовая продукция сельского хозяйства региона в хозяйствах всех категорий, тыс. руб./га;

u – остаточная балансовая стоимость основных фондов сельского хозяйства, охоты и лесного хозяйства (фондообеспеченность), тыс. руб./га;

v – среднегодовая численность занятых в сельском хозяйстве на 100 га посевных площадей (трудообеспеченность), чел.

Значения перечисленных показателей рассчитывались как средние (средневзвешенные) за 2017-2018 гг. по материалам отчетной статистики Росстата [12, 13].

Основные соотношения между параметрами функции Кобба-Дугласа.

В работе [11] обосновано, что зависимость между объемом валовой продукции и значениями перечисленных факторов в расчете на гектар пашни с учетом введенных обозначений достаточно точно описывается функцией Кобба-Дугласа [1]:

$$y = Ai^{\alpha}v^{\beta}, \quad (1)$$

где коэффициент A определяет экономическую эффективность производственного процесса при неизменных ресурсах, а также отражает влияние факторов, не включенных в модель. Показатели степеней α , β характеризуют эластичность выхода продукции по соответствующему виду ресурса и определяются как предел отношения относительного приращения валовой продукции к относительному приращению соответствующего ресурса, когда абсолютное приращение ресурса стремится к нулю [1]. Оценки параметров A , α , β определяются методом наименьших квадратов по значениям показателей y , u , v для регионов исследуемой группы с использованием линеаризованной модели (2), полученной логарифмированием модели (1):

$$\ln y = \ln A + \alpha \ln u + \beta \ln v. \quad (2)$$



Предлагаемые в данной работе методы прогнозирования основаны на приведенных ниже свойствах функции Кобба-Дугласа. Пусть $y(u, v)$ и $y_1 = y(u_1, v_1)$ – значения функции (1) в близких точках (u, v) и (u_1, v_1) , где $u_1 = u + \gamma_1 u$, $v_1 = v + \gamma_2 v$, γ_1, γ_2 – относительные приращения значений факторов при переходе от точки (u, v) к точке (u_1, v_1) :

$$\gamma_1 = \frac{u_1 - u}{u}, \quad \gamma_2 = \frac{v_1 - v}{v}.$$

Если аналогичным образом обозначить через μ относительное приращение функции (1) при переходе от точки (u, v) к точке (u_1, v_1)

$$\mu = \frac{y_1 - y}{y},$$

то можно доказать¹, что имеет место приближенное соотношение

$$\mu \cong \alpha\gamma_1 + \beta\gamma_2, \quad (3)$$

связывающее относительное приращение функции Кобба-Дугласа с относительными приращениями аргументов. С помощью полученной формулы можно рассчитать, например, каков будет прирост (снижение) валовой продукции сельского хозяйства при планируемом относительном увеличении (снижении) обеспеченности основными фондами и трудовыми ресурсами в расчете на гектар посевных площадей, иными словами, решить прямую задачу прогнозирования.

Часто, наряду с рассмотренной задачей, бывает необходимо решить задачу обратную, то есть по заданному (планируемому, декларируемому, желаемому) относительному приращению валовой продукции определить требуемые для его достижения ресурсы. Очевидно, что обратная задача имеет множество решений, для каждого из которых соответствующие относительные приращения ресурсов удовлетворяют соотношению (3). Соответствующая геометрическая интерпретация приведена, например, в работе [7].

Единственность решения обратной задачи может быть достигнута, если на приращения аргументов наложить какое-либо естественное дополнительное ограничение. Одно из них вытекает из требования взаимозаменяемости ресурсных факторов. Факторы называются взаимозаменяемыми в точке (u, v) , если в ее окрестности имеются такие точки (u, v_1) , (u_1, v) , для которых $y(u, v_1) = y(u_1, v)$. Известно, что функция (1) обладает свойством взаимозаменяемости во всей области ее определения, если относительные приращения ресурсов связаны соотношением

$$\gamma_1 \alpha \cong \gamma_2 \beta. \quad (4)$$

Последнее соотношение может быть доказано с использованием тех же идей, что и при выводе соотношения (3). Из (4) следует, что условие взаимозаменяемости факторов для функции Кобба-Дугласа можно переписать в двух эквивалентных формах:

$$\gamma_1 = \frac{\beta}{\alpha} \gamma_2, \quad \gamma_2 = \frac{\alpha}{\beta} \gamma_1.$$

Из первой, в частности, следует, что относительное увеличение (уменьшение) на 1 % численности занятых в расчете на 100 га посевных площадей приведет к такому же относительному изменению функции (1), что и увеличение (уменьшение) стоимости основных фондов в расчете на га на $\frac{\beta}{\alpha} \%$. Вторая форма интерпретируется аналогично.

Соотношения (3, 4) не зависят от конкретных значений u, v , следовательно, они выполняются для любых сочетаний u, v , удовлетворяющих уравнению функции Кобба-Дугласа (1, 2), что существенно облегчает задачу прогнозирования. Естественно, что точность решения рассматриваемых задач с использованием (3, 4) существенно зависит от степени адек-

¹ например, с помощью подстановки u_1, v_1 в формулу (1), расчета относительного приращения y по формуле (2) и последующей аппроксимации полученных степенных функций рядами Маклорена.



ватности модели (1, 2) описываемым данным. Один из способов ее повышения, основанный на исключении из выборки, по которой оцениваются коэффициенты модели, регионов, в которых выход сельскохозяйственной продукции существенно ниже, чем в других регионах с близкими значениями обеспеченности основными ресурсами, рассмотрен ниже.

Результаты исследования.

Проиллюстрируем приведенные методико-методологические положения применительно к анализу производства в группе регионов с посевными площадями свыше 2 млн. га.

Необходимые для расчетов исходные данные приведены в таблице 1, в которой s - означает размер посевных площадей в соответствующем регионе, млн. га. Остальные переменные и единицы их измерения были описаны выше.

Таблица 1 – Значения исследуемых показателей и их натуральные логарифмы для выборки регионов с посевными площадями свыше 2 млн га

Код региона	Наименование региона	s	y	u	v	Lny	Lnu	Lnv
104	Воронежская область	2,590	79,73	45,9	5,68	4,38	3,83	1,74
303	Краснодарский край	3,673	101,63	47,2	6,64	4,62	3,85	1,89
305	Волгоградская область	3,145	41,66	12,7	4,70	3,73	2,55	1,55
306	Ростовская область	4,590	55,51	22,4	4,99	4,02	3,11	1,61
407	Ставропольский край	3,125	61,29	40,5	6,28	4,12	3,70	1,84
501	Республика Башкортостан	2,978	52,84	23,4	4,85	3,97	3,15	1,58
504	Республика Татарстан	3,013	76,57	29,7	4,96	4,34	3,39	1,60
510	Оренбургская область	4,236	26,09	6,2	3,18	3,26	1,82	1,16
512	Самарская область	2,070	43,01	13,0	4,23	3,76	2,56	1,44
513	Саратовская область	3,905	33,82	12,4	2,13	3,52	2,52	0,76
705	Алтайский край	5,266	24,48	10,2	2,44	3,20	2,33	0,89
710	Новосибирская область	2,303	35,01	26,7	3,51	3,56	3,29	1,26
711	Омская область	2,969	31,08	12,5	3,63	3,44	2,53	1,29

Примечание: эта и последующие таблицы и графики построены на основе расчетов автора с использованием материалов Росстата [12, 13].

Построенная по значениям показателей из таблицы 1 линеаризованная модель (2) с оценками коэффициентов по методу наименьших квадратов имеет вид (5):

$$\ln y = 1,889 + 0,383 \ln u + 0,567 \ln v, \quad R^2 = 0,83, \quad (5)$$

где R^2 – оценка коэффициента множественной детерминации, нормированного с учетом количества регионов, по которым строилась модель, и числа оцениваемых коэффициентов модели. Расчеты показывают, что оценки коэффициентов модели статистически существенны с уровнем значимости, не превышающим 0,013, модель значима в целом с уровнем значимости, меньшим 0,001. С учетом полученных уровней значимости модель выглядит вполне приемлемой для дальнейшего использования в прогнозировании, однако проведенный дополнительный анализ позволил повысить ее точность.

Проиллюстрируем это с использованием рисунка 1, на котором в логарифмической шкале представлены значения валовой продукции и факторов ресурсной обеспеченности сельскохозяйственного производства для регионах России из таблицы 1.

Из рисунка 1 видно, что в Ставропольском крае (код региона 407) обеспеченность сельскохозяйственного производства исследуемыми видами ресурсов выше, чем в республике Татарстан (504), в то время как выход валовой продукции ниже. Аналогичная ситуация отмечена также в Новосибирской области (710). Представляется, что основная причина подобного несоответствия состоит в недостаточной эффективности использования основных фондов в сопоставлении с другими регионами (рис. 1). Переходя к количественным оценкам отметим, что фактические значения валовой продукции в расчете на гектар в Ставропольском крае и Новосибирской области ниже, чем рассчитанные по модели (5) соответственно на 6 и 9 процентов.

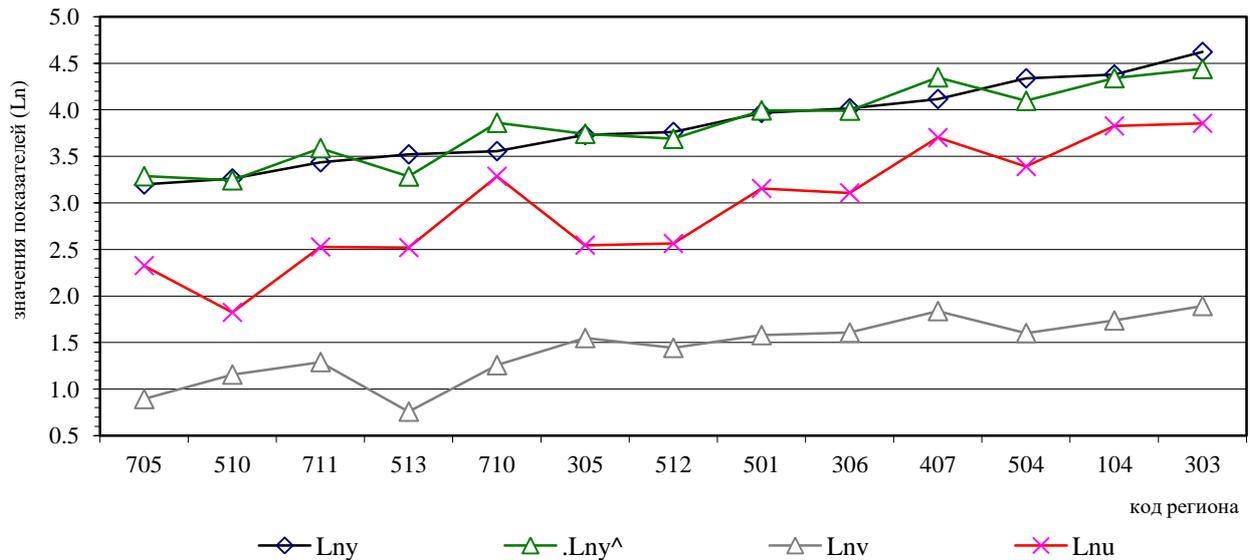


Рисунок 1– Логарифмы значений валовой продукции сельского хозяйства в расчете на гектар посевных площадей (фактических (y) и предсказанных (y[^]) по модели (5)), фондо– (u) и трудообеспеченности (v) для регионов из таблицы 1

Таким образом, есть веские основания считать, что на производство сельскохозяйственной продукции в Ставропольском крае и Новосибирской области существенное влияние в 2017-2018 годах оказывали некоторые причины, которые способствовали снижению эффективности исследуемых факторов, в особенности – основных фондов. В этом смысле упомянутые регионы были признаны аномальными для рассматриваемой группы, и коэффициенты модели (5) были пересчитаны без их учета. Новая модель имеет вид:

$$\ln y = 1,748 + 0,529 \ln u + 0,404 \ln v, \quad R^2 = 0,93, \quad (6)$$

она более точна в целом и с большим весом учитывает влияние основных фондов. Это вытекает из сопоставления значений коэффициентов регрессии и коэффициента множественной детерминации моделей (5) и (6).

Основные соотношения (3, 4) для модели (6), которые будут использованы при прогнозировании с ее использованием, имеют вид:

$$\mu = 0,529\gamma_1 + 0,404\gamma_2, \quad \gamma_1 = 0,764\gamma_2. \quad (7)$$

Из первого соотношения (7) вытекает, что если стоимость основных фондов в расчете на га посевных площадей увеличится, например, на 10 %, а численность занятых на 100 га при этом снизится на 3 %, то это приведет к росту валовой продукции примерно на 4 % в расчете на га. В качестве примера решения обратной задачи найдем относительные приращения ресурсов в условиях их эквивалентной замены, необходимые для увеличения валовой продукции сельского хозяйства в расчете на гектар посевных площадей, например, на 15 %. Решение, вытекающее из соотношений (7) имеет вид $\gamma_1 = 0,141$, $\gamma_2 = 0,185$. Иными словами, для увеличения валовой продукции на 15 % с гектара требуется увеличение стоимости основных фондов на 14,1 % и численности занятых в расчете на 100 га на 18,5 %. Подчеркнем, что каждое из соотношений (7) справедливо для любого региона, в котором зависимость между производством валовой продукции и требуемыми для этого ресурсами удовлетворяет модели (6).

В случае конкретного региона обратная задача может формулироваться также в несколько иной форме. Например, требуется рассмотреть весь спектр изменений фондо- и трудообеспеченности, при котором достигается увеличение выхода продукции на гектар до заданной величины, и выбрать сочетание ресурсов, оптимальное с учетом возможностей региона. Подобная задача легко сводится к уже рассмотренной, если предварительно рассчитать требуемое относительное приращение валовой продукции.



Ее решение рассмотрим на условном примере. Пусть, например, для Оренбургской области требуется оценить возможности увеличения выхода валовой продукции с гектара до 30 тыс. руб. при фактически достигнутых в среднем за 2017-2018 гг. 26,1 тыс. руб. (см. табл. 1). Из приведенной постановки задачи вытекает, что требуемое относительное приращение продукции составляет 15 %. Учитывая, что характеристики сельскохозяйственного производства Оренбургской области использованы при построении модели (6) и, следовательно, ей удовлетворяют, весь спектр допустимых изменений фондо- и трудообеспеченности для обеспечения заданного приращения валовой продукции в расчете на гектар посевных площадей может быть описан первым из соотношений (7):

$$0,15 = 0,529\gamma_1 + 0,404\gamma_2. \quad (8)$$

Некоторые сочетания значений γ , удовлетворяющих уравнению (8), приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Значения приращений фондо- и трудообеспеченности сельскохозяйственного производства для достижения относительного прироста валовой продукции на 0,15

γ_1	-0,05	0,00	0,05	0,10	0,15	0,32	0,28	0,24	0,21	0,17
γ_2	0,44	0,37	0,31	0,24	0,18	-0,05	0,00	0,05	0,10	0,15

Естественно, что, в силу соотношения (8), с ростом одного ресурса потребность в другом снижается. Например, для обеспечения заданного роста продукции при неизменной фондообеспеченности ($\gamma_1 = 0$), потребуется увеличить трудообеспеченность в расчете на 100 гектаров на 37 % (см. табл. 2). Аналогично, если решать поставленную проблему только за счет увеличения основных фондов ($\gamma_2 = 0$), то их стоимость следует увеличить на 28 %. Примерно равные приращения ресурсов достигаются при значениях, близких к 0,15 ($\gamma_1 = 0,15$, $\gamma_2 = 0,18$). Первый случай ($\gamma_1 = 0$) применительно к Оренбургской области связан с увеличением численности занятых на 1,18 чел. на 100 га или, в целом по области, примерно на 50 тыс. чел. (рассчитано с использованием данных из таблицы 1). Второй ($\gamma_2 = 0$) при неизменной численности занятых предполагает увеличение стоимости основных фондов в ценах 2017-2018 г. на 1,74 тыс. руб. в расчете на гектар или на 7,35 млрд. руб. для Оренбургской области в целом. Для реализации третьего варианта ($\gamma_1 = 0,15$, $\gamma_2 = 0,18$) для увеличения валовой продукции на 15 % требуется увеличить стоимость основных фондов на 0,93 тыс. руб. на га и численность занятых в сельском хозяйстве на 0,57 чел на 100 га. В целом по Оренбургской области с учетом размера посевных площадей увеличение ресурсов должно составить соответственно 3,94 млрд. руб. и 24,1 тыс. чел.

С использованием данных таблицы 2 могут быть рассмотрены и иные сочетания значений оценок ресурсов, необходимых для увеличения валовой продукции, и проанализирована их экономическая доступность и целесообразность. Если подобным образом не удастся выбрать оптимальное сочетание, то заданный прирост продукции следует считать экономически недостижимым при сложившихся условиях, и рассмотреть варианты с более низким приростом валовой продукции.

По результатам выполненного для каждого региона обоснования прироста валовой продукции сельского хозяйства на га посевных площадей можно рассчитать, с использованием размеров посевных площадей из таблицы 1, величины суммарного прироста, а также необходимых для его достижения ресурсов для всей рассматриваемой группы регионов. При этом расчетные значения валовой продукции для исключенных из рассмотрения Ставропольского края и Новосибирской области следует снизить соответственно на 6 и 10 процентов с учетом отмеченного неэффективного использования ресурсов.



Таблица 3– Значения исследуемых показателей и их натуральные логарифмы для выборки регионов с посевными площадями от 1 до 2 млн га

Код региона	Наименование региона	s	y	u	v	Lny	Lnu	Lnv
601	Курганская область	1,350	28,92	3,9	2,32	3,4	1,35	0,84
514	Ульяновская область	1,028	37,11	10,6	4,74	3,6	2,36	1,56
805	Амурская область	1,267	38,69	17,5	2,15	3,7	2,86	0,77
707	Красноярский край	1,503	49,84	31,0	6,99	3,9	3,43	1,94
111	Орловская область	1,259	52,72	41,6	2,53	4,0	3,73	0,93
511	Пензенская область	1,380	56,67	48,0	5,03	4,0	3,87	1,62
509	Нижегородская область	1,118	61,10	35,1	6,12	4,1	3,56	1,81
604	Челябинская область	1,907	64,32	43,4	4,81	4,2	3,77	1,57
505	Удмуртская Республика	1,006	64,52	32,0	4,35	4,2	3,47	1,47
114	Тамбовская область	1,737	68,69	43,1	6,38	4,2	3,76	1,85
603	Тюменская область	1,071	72,11	50,5	6,07	4,3	3,92	1,80
109	Липецкая область	1,323	83,48	68,9	4,86	4,4	4,23	1,58
108	Курская область	1,621	85,60	68,1	3,66	4,4	4,22	1,30
101	Белгородская область	1,422	170,26	130,5	6,50	5,1	4,87	1,87

В таблице 3 приведены значения валовой продукции и ресурсного обеспечения сельскохозяйственного производства, а также их логарифмов для исследованной группы регионов с посевными площадями от 1 до 2 млн. га. и в целях наглядности проиллюстрированы рисунком 2. Обозначения и единицы измерения показателей соответствуют принятым в таблице 1.

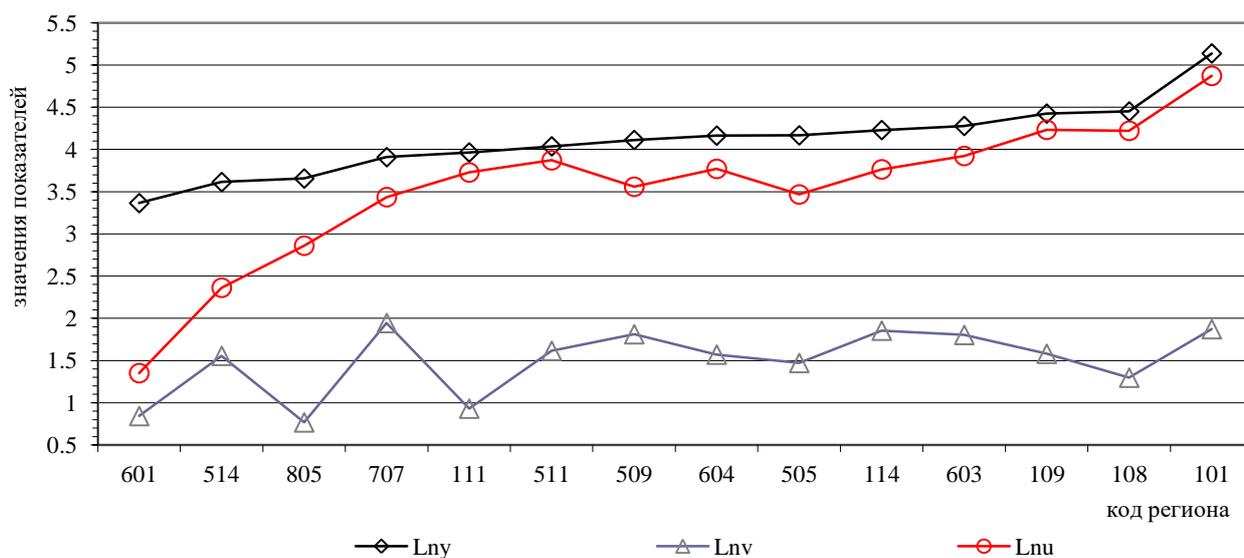


Рисунок 2– Логарифмы значений валовой продукции сельского хозяйства в расчете на гектар посевных площадей ((Y)), фондо– (U) и трудообеспеченности (V) для регионов из таблицы 3

Из рисунка 2 и таблицы 3 видны различия в эффективности использования основных ресурсов сельскохозяйственного производства. Например, в Удмуртской Республике (код региона 505) достигнутый уровень валовой продукции на гектар выше, чем в Пензенской области (511) и Красноярском крае (707) при более низкой обеспеченности производства основными видами ресурсов. Это подтверждается соответствующими регрессионными расчетами. В соответствии с последними, относительные отклонения от расчетных значений валовой продукции для выделенных субъектов (511 и 707) составили примерно -6% . Это позволило, с учетом обоснований, аналогичных приведенным для группы регионов с посевными площадями свыше 2 млн. га, не учитывать Удмуртскую Республику и Пензенскую об-



ласть при расчетах соответствующей производственной функции. Соответствующая математическая модель имеет вид:

$$\ln y = 2,405 + 0,410 \ln u + 0,199 \ln v, \quad R^2 = 0,86 \quad (9)$$

Коэффициент при логарифме трудообеспеченности (u) статистически значим на уровне значимости 0,25, значимость других коэффициентов и модели в целом – на уровне 0,001 и менее. С учетом адекватности последней модели соотношения (3) между относительными приращениями валовой продукции (μ), стоимости основных фондов (γ_1) и численности занятых (γ_2) на единицу посевной площади могут быть записаны в виде:

$$\mu = 0,410\gamma_1 + 0,199\gamma_2. \quad (10)$$

С помощью последнего соотношения, используя методические подходы, описанные для группы регионов с посевными площадями свыше 2 млн. га, могут быть построены прогнозы производства валовой продукции в регионе или для всей группы регионов из табл. 3 в зависимости от изменения обеспеченности сельскохозяйственного производства основными фондами и/или численности занятых в расчете на единицу посевных площадей. Также может быть решена обратная задача, связанная с оценкой ресурсов, необходимых для заданного изменения выхода валовой продукции.

Коротко остановимся на анализе связи между выходом валовой продукции и обеспеченностью сельскохозяйственного производства основными видами ресурсов для случая регионов с посевными площадями менее 1 млн. га. В исследование включено 35 подобных регионов. Центральный федеральный округ представлен 11 областями, в числе которых Брянская (код объекта 102), Владимирская (103), Ивановская (105), Калужская (106), Костромская (107), Московская, (110,) Рязанская (112), Смоленская (113), *Тверская (115)*, Тульская (116) и Ярославская (117).

Из Северо-Западного округа в выборку регионов включены *Вологодская (204)*, Калининградская (205), Ленинградская (206), Новгородская (208) и Псковская (209) области. Из Южного – Астраханская область (304) и республики Адыгея (301) и Калмыкия (302); из Северо-Кавказского – республики Дагестан (401), Кабардино-Балкарская (403) и Карачаево-Черкесская (404).

Пять субъектов федерации представляют Приволжский федеральный округ. Это Пермский край (507), республики Марий Эл (502), Мордовия (503), Чувашия (506), а также *Кировская область (508)*. Из Уральского федерального округа в выборку входит Свердловская область (602), из Сибирского – республики Алтай (701) и Хакасия (704), Иркутская (708), Кемеровская (709) и Томская (712) области, из Дальневосточного – *Приморский край (803)* и республика Саха (Якутия, 801).

Регионы, помеченные в приведенном списке курсивом, были исключены из рассмотрения на этапе корректировки регрессионной модели по причинам явного несоответствия ресурсной обеспеченности достигнутому выходу валовой продукции на гектар, которое характеризовалось величиной относительного отклонения от расчетных значений в пределах от -9 до -11 %. Уточненная подобным способом регрессионная модель и соответствующее ей соотношение (3), связывающее относительные приращения валовой продукции, фондо- и трудообеспеченности в расчете на единицу посевных площадей для регионов с посевными площадями менее 1 млн. га имели следующий вид:

$$\ln y = 2,238 + 0,246 \ln u + 0,628 \ln v, \quad R^2 = 0,92, \quad (11)$$

$$\mu = 0,246\gamma_1 + 0,628\gamma_2. \quad (12)$$

С помощью последнего соотношения можно, с использованием приведенной выше методики, строить различные прогнозы, связывающие перспективные объемы производства и требуемые для этого ресурсы.

Сведем значения параметров производственных функций (2) в таблице 4 и на ее основе проведем сравнительный анализ эффективности сельскохозяйственного производства в рассмотренных группах регионов с различными размерами посевных площадей.



Таблица 4 – Параметры производственных функций (2) для групп регионов с различными размерами посевных площадей

Посевная площадь регионов в группе	Номер модели	Параметры модели				
		A	α	β	$\alpha + \beta$	R ²
1. Менее 1 млн. га	(11)	2,238	0,246	0,628	0,874	0,92
2. От 1 до 2 млн.га	(9)	2,405	0,410	0,199	0,609	0,86
3. Свыше 2 млн. га	(6)	1,748	0,529	0,404	0,933	0,93

Поскольку в таблице 4 значения коэффициентов α , β и их сумма $\alpha + \beta$ меньше 1, то это означает, что относительное приращение валовой продукции сельского хозяйства во всех рассмотренных группах регионов ниже, чем относительное приращение каждого вида ресурсов. Более того, если относительные приращения ресурсов одинаковы, то соответствующее относительное приращение валовой продукции будет ниже, чем приращение каждого отдельного ресурса. Это вытекает из формулы (3), связывающей соответствующие приращения.

Из таблицы 4 также следует, что наибольшая чувствительность выхода валовой продукции к изменению обеспеченности сельскохозяйственного производства рассматриваемыми видами ресурсов наблюдается в регионах с посевными площадями свыше 2 млн. га. Суммарный эффект от совместного изменения ресурсов составляет 0,933, эффект от относительного изменения стоимости основных фондов равен 0,529.

В первой группе регионов чувствительность выхода валовой продукции к изменению численности занятых (0,628) выше, чем в других группах, что свидетельствует об экстенсивности сельскохозяйственного производства. Другими словами, увеличение числа занятых в сельском хозяйстве в регионах этой группы на 1 % приводит к большему росту валовой продукции, чем такое же увеличение стоимости основных фондов, а эквивалентная замена 1 % численности занятых капиталом составит в этом случае 2,55 % от стоимости основных фондов (рассчитано по формуле (4)). Это – наибольшее для рассмотренных групп значение. Для второй группы регионов оно составит 0,48 %, для третьей 0,76 % (см. (4) с учетом таблицы 4).

Отметим, что все стоимостные показатели и связанные с ними соотношения, приведенные в работе, рассчитаны с использованием средних фактических цен 2017-2018 гг., а также сложившихся к этому времени уровней функциональности и производительности основных фондов. Эти обстоятельства следует учитывать в задачах экстраполяции результатов.

Заключение.

Основные результаты работы состоят в следующем. Разработана методика применения производственных функций для математического описания прогнозируемых тенденций изменения объемов сельскохозяйственного производства в регионах России в зависимости от изменения обеспеченности основными фондами и трудовыми ресурсами. Установлены основные соотношения, связывающие величины объемов продукции и факторов сельскохозяйственного производства, а также их относительных приращений для регионов с различными размерами посевных площадей. На их основе определены алгоритмы расчета потребности в основных ресурсах в зависимости от планируемого изменения выхода валовой продукции. Полученные результаты могут быть использованы в задачах повышения эффективности ресурсов и конкурентоспособности производственного потенциала агропродовольственного комплекса страны.

Список литературы:

1. Клейнер Г.Б. Производственные функции: теория, методы, применение. – М.: ФИС, 1986. – 239 с.
2. Григорьев А.А., Шкалаберда Л.И. Теория производства и реалии рыночной экономики // Известия РЭУ им. Г.В. Плеханова. – 2015, №4(22), с. 208-228.
3. Смагин Б.И. Экономический анализ и статистическое моделирование аграрного производства. – Мичуринск: Изд-во Мичуринского аграрного ун-та, 2007 – 153 с.



4. Смагин Б.И. Производственная функция как основа описания технологических закономерностей аграрной сферы производства // Технология пищевой и перерабатывающей промышленности: АПК – продукты здорового питания. – 2014, № 4, с. 94-100.
5. Давыдкина О.А. Инновационное развитие ресурсного потенциала сельского хозяйства региона.– Пенза: Изд-во Приволжского Дома знаний, 2015. – 115 с.
6. Гарина И.С. Ярославская область: эффективность использования ресурсов в АПК // Российское предпринимательство. – 2010, № 1-2, с. 174-178.
7. Кутенков Р.П. Факторные модели для обоснования экономических механизмов повышения эффективности использования ресурсов сельскохозяйственного производства в регионах РФ // Социально-экономические механизмы обеспечения продовольственной безопасности России: мат-лы Всеросс. научн. конф. «Островские чтения–2019», 2019. -с. 152-156.
8. Шевчук Н.В. Прогнозирование экономического роста на основе факторов производства // Азимут научных исследований: экономика и управление. – 2015. - № 1(10). - с. 128-132.
9. Кульба В.В., Меденников В.И., Бутрова Е.В. Анализ проблем прогнозирования экономического эффекта и оценки рисков при применении данных ДЗЗ в сельском хозяйстве //Тр. 12-й Междунар. конференции «Управление развитием крупномасштабных систем (М., 1-3 октября 2019), 2019. -с.245-255.
10. Цыганов В.А. Способ прогнозирования эффективности использования ресурсов в организации АПК // Научно-инновационная деятельность в агропромышленном комплексе: Сб. научн. статей. – Минск: БГАТУ, 2014. – с. 398-402.
11. Кутенков Р.П. Производственные функции: оценки взаимозаменяемости факторов и прогнозирования объемов сельскохозяйственного производства в регионах России // Региональные агросистемы: экономика и социология. – Саратов: Изд-во ИАГП РАН. - 2019.- № 2.
12. Труд и занятость в России (информация по субъектам РФ), 2019: Стат. сб.: [Электронный ресурс] / Росстат. М., 2019 . – URL: <http://www.gks.ru/>
13. Сельское хозяйство, охота и охотничье хозяйство, лесоводство в России. Приложение (субъекты РФ). 2019: Стат. сб.: [Электронный ресурс] / Росстат. М., 2019. – URL: <http://www.gks.ru/>